



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEKANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



**FAN:** NAZARIY MEKANIKA

**MAVZU**  
**10**

**ДИНАМИКА. NUQTA  
ДИНАМИКАСИ**



Husanov Q.

Nazariy va qurilish  
mekanikasi kafedrası  
dotsenti



# TAQDIMOT REJASI

1. Dinamikaning asosiy tushunchalari.

2. Dinamikaning asosiy qonunlari

3. Moddiy nuqtaning harakat differensial  
tenglamalari

4. Dinamikaning birinchi masalasi . Dinamikaning  
ikkinchi masalasi

# ДИНАМИКА. Dinamikaning asosiy tushunchalari.

**Dinamikaning asosiy tushunchalari.** Yuqorida nazariy mexanika fanining «Statika» va «Kinematika» bo'limlarini ko'rib chiqdik. Bu har ikkala bo'lim, bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda o'zlarining ma'lum masalalarini hal etadi, ya'ni statika bo'limida – jismga ta'sir etuvchi kuchlarni sodda holga keltirish va ularning ta'siri ostida jismning muvozanati tekshiriladi. Lekin bu kuchlar ta'siri ostida jism qanday **harakatlanadi** degan savol ochiq qoladi. Kinematika bo'limida esa – nuqta yoki jismning harakatini berilish usullari va ularni qanday tezlik hamda tezlanish bilan harakatlanadi degan savollarga javob berildi. Lekin, bu harakat **qanday kuchlar ta'sirida** yuzaga keladi degan savol o'rinli bo'ladi.

# Dinamikaning asosiy qonunlari

Inersional sanoq sistemasiga bog'liq holda, dinamikaning asosiy qonunlari quyidagicha ifodalanadi.

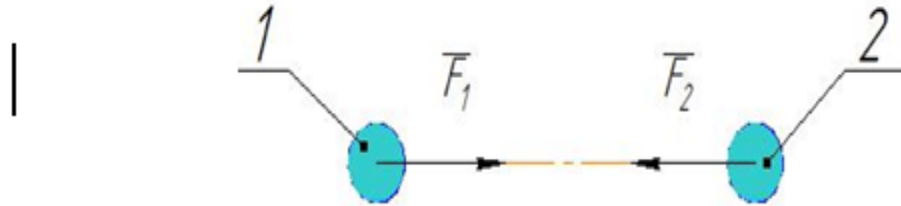
1. Shunday sanoq sistemasi mavjudki, unga nisbatan harakatlanayotgan nuqtaga tashqaridan biror kuch ta'sir qilmaguncha nuqta tinch holatda yoki to'g'ri chizikli va tekis harakatda bo'ladi (*Bunday sanoq sistemasini kelgusida inersional sanoq sistemasi yoki qo'zg'almas sanoq sistemasi deb ataymiz*).

2. Biror kuch ta'sirida material nuqtaning olgan tezlanishi, ta'sir etuvchi kuchga to'g'ri proporsional bo'lib, uning yo'nalishi kuch yo'nalishida bo'ladi:  $m\vec{a} = \vec{F}$

bunda:  $m$  – nuqtaning massasi;  $\vec{a}$  - nuqtaning tezlanish vektori;  $\vec{F}$  - nuqtaga ta'sir qiluvchi kuch . Bu tenglamani dinamika-ning asosiy tenglamasi deb ataymiz.

3. Ikki moddiy nuqtaning o'zaro bir-biriga ta'sir etuvchi kuchlari bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'lib, ular miqdor gihatdan teng va qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (F_1 = F_2) \quad 1N = 1kg \cdot m / s^2$$



4. (Kuchlarning erkinlik qonuni). Agar nuqtaga bir qancha kuch ta'sir qilayotgan bo'lsa, bu kuchlar ta'sirida nuqtaning olgan tezlanishi, har bitta kuch ta'sirida olgan tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng, ya'ni

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \sum \vec{a}_k$$

# Moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalari

Aytaylik,  $M$  nuqtaning inersial sanoq sistemasidagi o'rnini radius-vektori bilan aniqlansin. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch nuqtaning o'rnini, aniqlovchi radius-vektoriga (masalan tortilish kuchi), tezligiga (masalan qarshilik kuchi) va vaqtga bog'liq bo'lishi mumkin. U holda dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagicha yozish mumkin.

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \left( \vec{r}, \frac{d \vec{r}}{dt}, t \right)$$

yoki

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F} \left( \vec{r}, \dot{\vec{r}}, t \right)$$

Bu tenglama nuqtaning vektor ko'rinishidagi *harakat differentsial tenglamasi* deyiladi. Agar bu tenglamani ikki tomonini dekart koordinata o'qlariga proeksiyalasak:

Aytaylik,  $M$  nuqtaning inersial sanoq sistemasidagi o'rnini  $\vec{r}$  radius-vektori bilan aniqlansin. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch nuqtaning o'rnini, aniqlovchi  $\vec{r}$  radius-vektoriga (masalan tortilish kuchi), tezligiga  $\vec{v} = d\vec{r}/dt$  (masalan qarshilik kuchi) va vaqtga bog'liq bo'lishi mumkin. U holda dinamikaning asosiy tenglamasi quyidagicha yozish mumkin.

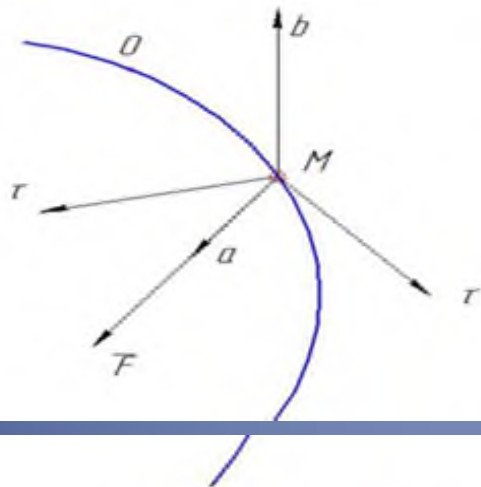
$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \left( \vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t \right) \quad \text{yoki} \quad m \ddot{\vec{r}} = \vec{F} \left( \vec{r}, \dot{\vec{r}}, t \right) \quad (1)$$

(1) tenglama nuqtaning vektor ko'rinishidagi harakat differentsial tenglamasi deyiladi. Agar (1) tenglamani ikki tomonini dekart koordinata o'qlariga proeksiyalasak:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad m\ddot{y} = F_y, \quad m\ddot{z} = F_z, \quad (2)$$

bu yerda  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$  va  $\ddot{z}$  – nuqta tezlanish vektorining mos holda koordinata o'qlaridagi proeksiyalarini;  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  - kuchlarning teng ta'sir etuvchisining mos

Agar (1) tenglamani tabiiy o'qlarga proeksiyalasak (1- shakl):



$$ma_{\tau} = F_{\tau} ; \quad ma_n = F_n ; \quad ma_b = F_b$$

yoki

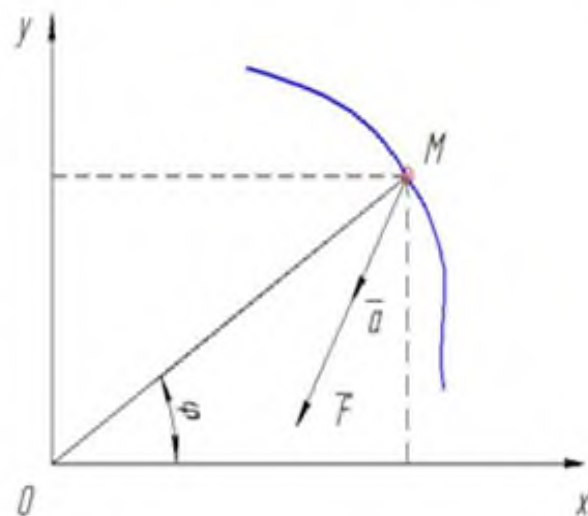
$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = F_{\tau} ; \quad m \frac{g^2}{\rho} = F_n ; \quad 0 = F_b. \quad (3)$$

(3) tenglama- nuqta harakat differensial tenglamasining tabiiy o'qlardagi proeksiyasini ifodalaydi.

Agar nuqta biror tekislikda harakatlansa, u holda uning harakat differensial tenglamalarini qutb koordinatalari o'zgaruvchilariga nisbatan yozish qulay, ya'ni:

$$m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = F_r ; \quad \frac{m}{r} \frac{d}{dt}(r^2 \dot{\varphi}) = F_{\varphi}, \quad (4)$$

bunda  $F_r$  va  $F_{\varphi}$  - kuchning radius- vektori va unga perpendikulyar bo'lgan yo'nalishga proeksiyasini bildiradi.





# Dinamikaning birinchi masalasi

Faraz qilaylik,  $m$  massali nuqta biror  $\vec{F}$  kuch ta'sirida  $\vec{a}$  tezlanish olsin. U holda dinamikaning birinchi asosiy masalasi quyidagicha ifodalanadi.

Dinamikaning birinchi asosiy masalasi -  $m$  massali nuqtaning harakat qonuni berilganda, unga ta'sir etuvchi  $\vec{F}$  kuchni miqdorini va yo'nalishini aniqlashdan iborat.

Bu masalani yechish uchun harakat qonunini ikki marta differensiallaymiz va (2) yoki (3) tenglamalarga qo'yamiz. So'ngra hosil bo'lgan tenglamalardan kuchni aniqlaymiz.

*Masala:* Tekislikda harakatlanuvchi  $m$  massali nuqtaning harakat tenglamalari berilgan va shu nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash talab etilsin.

$$x = a \cdot \sin (kt + \varepsilon) ,$$

$$y = b \cdot \sin (kt + \delta)$$

*Yechish.* Berilgan harakat qonunidan ikki marta vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\ddot{x} = -a \cdot k^2 \cdot \sin(kt + \varepsilon) ,$$

$$\ddot{y} = -b \cdot k^2 \cdot \sin(kt + \delta)$$

Bu topilgan qiymatlarni (2) tenglamalarga qo'yamiz,

ya'ni:

$$F_x = -m \cdot a \cdot k^2 \cdot \sin(kt + \varepsilon) = -mk^2 \cdot x ,$$

$$F_y = -m \cdot b \cdot k^2 \cdot \sin(kt + \delta) = -mk^2 \cdot y$$

yoki

$$\vec{F} = -mk^2 \cdot \vec{i} - mk^2 \cdot \vec{j} ,$$

bunda  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$  bo'lib,  $\vec{i}$  va  $\vec{j}$  vektorlar  $x$  va  $y$  o'qlarining birlik vektorini bildiradi.

# Dinamikaning ikkinchi masalasi

Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasi -  $m$  massali nuqtaga ta'sir qiluvchi  $\vec{F}$  kuch berilganda, nuqtaning harakat qonunini aniqlashdan iborat.

Bu masalani yechish uchun avvalo nuqtaning harakat differensial tenglamasini (1-4) tenglamalardan biri ko'rinishida tuzamiz. So'ngra bu differensial tenglamalarni ikki marta integrallaymiz. Ma'lumki, integrallagandan so'ng, integral o'zgarmlar hosil bo'ladi. Ularning qiymatlarini masalaning boshlang'ich shartidan foydalanib aniqlaymiz.

Haqiqatdan, ham (2) tenglamaga asosan:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t), \\ m\ddot{y} &= F_y(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t), \\ |m\ddot{z} &= F_z(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Faraz qilaylik, bu differensial tenglamani ikki marta integrallash mumkin bo'lsin, ya'ni :

$$x = x(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \quad , \quad y = y(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \quad ,$$
$$z = z(t, c_1, c_2, \dots, c_6) \quad .$$

bunda  $c_1, \dots, c_6$  – ixtiyoriy o'zgarmaslar.

Differensial tenglamalar kursidan ma'lumki,  $c_1, \dots, c_6$  o'zgarmaslar-ga ixtiyoriy qiymatlar berish bilan bir qancha yechimlar to'plamini olish mumkin. Demak, bitta kuch ta'sirida nuqta bir qancha harakatda ishtirok etishi mumkin.

Bundan shunday hulosasi qilish mumkinki, harakat qonunini topish uchun faqatgina  $F$  kuchning berilishi yetarli emas ekan. Shu sababli har bir masala uchun nuqtaning boshlang'ich paytdagi holati berilishi kerak, ya'ni:

$$t = 0 \text{ da} \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0,$$

$$\dot{x} = \dot{x}_0, \quad \dot{y} = \dot{y}_0, \quad \dot{z} = \dot{z}_0.$$

$$\left. \begin{aligned}
 x_0 &= f_1(0; C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6); \\
 y_0 &= f_2(0; C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6); \\
 z_0 &= f_3(0; C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6); \\
 v_{0x} &= f_1'(0; C_1, C_2, \dots, C_6); \\
 v_{0y} &= f_2'(0; C_1, C_2, \dots, C_6); \\
 v_{0z} &= f_3'(0; C_1, C_2, \dots, C_6).
 \end{aligned} \right\}$$

$$x = \varphi_1(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$$

$$y = \varphi_2(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$$

$$z = \varphi_3(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$$

Moddiy nuqtaning ilgarilanma harakatda bo'lishining zaruriy va yetarli sharti nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishi nuqtaning boshlang'ich tezligi yo'nalishiga parallel bo'lishi kerak. Agar boshlang'ich tezlik nolga teng bo'lsa, u holda nuqtaning harakati ta'sir etuvchi kuch yo'nalishida bo'ladi.

Endi moddiy nuqtaning ilgarilanma harakatidagi harakat differensial tenglamasini integrallash uchun tezlanishni ko'rinishini qanday o'zgartirishni ko'rib chiqamiz.

### 1. Vaqtga bog'liq bo'lgan kuch ta'siridagi nuqtaning ilgarilanma harakati.

Bu holda nuqtaning harakat differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$m \ddot{x} = F_x(t)$$

Nuqtaning tezlanishi esa  $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$  ko'rinishda olinadi.

2. Nuqtaning o'rniga bog'liq bo'lgan kuch ta'siridagi moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli harakati.

Nuqtaning harakat differensial tenglamasi  $m \ddot{x} = F_x(x)$

Nuqtaning tezlanishi esa,

$$\ddot{x} = \frac{d\mathcal{G}_x}{dt} = \frac{d\mathcal{G}_x}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \mathcal{G}_x \frac{d\mathcal{G}_x}{dx} \quad \text{ko'rinishda olinadi va nuqtaning}$$

harakat differensial tenglamasi o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamaga keltiriladi.

3. Nuqtaning tezligiga bog'liq bo'lgan kuch ta'siridagi moddiy nuqtaning to'g'ri chiziqli harakati .

Bu holda nuqtaning harakat tenglamasi:  $m \ddot{x} = F_x(\mathcal{G})$ . Agar  $\ddot{x} = \frac{d\mathcal{G}}{dt}$

ko'rinishda olinsa, u holda bu tenglama quyidagichayoziladi :  $\frac{d\mathcal{G}}{F_x(\mathcal{G})} = \frac{1}{m} dt$

- 1. Statika va kinematikada ko'rilgan asosiy masalalar bilan dinamikada ko'riladigan asosiy masalalarni qanday bog'liqligi bor?**
- 2. Dinamikaning asosiy qonunlarini qanday tushunasiz?**
- 3. Massa to'g'risida qanday fikrdasiz?**
- 4. Nuqtaga ta'sir etuvchi kuch bilan tezlanishi o'rtasida qanday bog'liqlik bor?**
- 5. Dinamikaning ikki asosiy masalasini qo'yilishi va yechilishini qanday tushunasiz?**
- 6. Erkin moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalarini qanday ko'rinishlarini bilasiz?**
- 7. Integral doimiylarini qiymatlarini qanday kattaliklarga asoslanib aniqlanadi?**

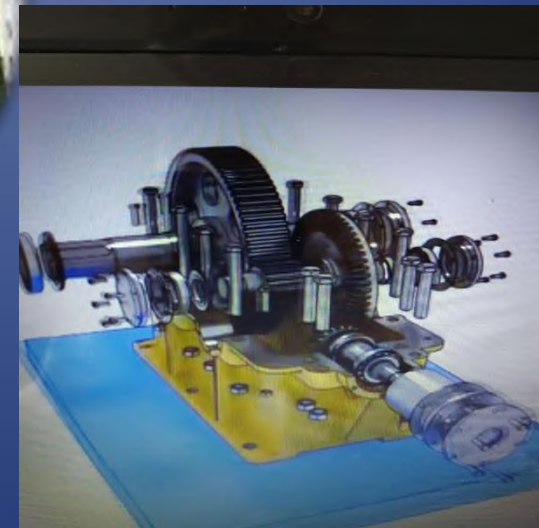




TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



# E'TIBORINGIZ UCHUN RAHMAT!



HUSANOV Q.



Nazariy va qurilish  
mexanikasi kafedrasini  
dotsenti