



**“TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO’JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI” MTU**



**FAN:** Energetikada matematik  
modellashtirish asoslari

**mavzu**

**CHIZIQLI DASTURLASH MASALASI VA  
ULARNI YECHISH USULLARI.  
TAQSIMOT USULI**



Raxmankulova Barna  
Oktamxanovna



«Axborot texnologiyalari» kafedrası dotsenti,  
e-mail: [dilnoza9866@mail.ru](mailto:dilnoza9866@mail.ru)





**Mavzu:**

**CHIZIQLI DASTURLASH MASALASI  
VA ULARNI YECHISH USULLARI.  
TAQSIMOT USULI**

# Reja:

- 1.Chiziqli dasturlash (ChD) masalasining qo'yilishi**
- 2.Chiziqli dasturlash masalasining yechish usullari**
- 3.Taqsimot usuli haqida umumiy ma'lumot(Transport masalasi)**

## Chiziqli dasturlash (ChD) masalasining qo'yilishi

Matematik dasturlash bo'limi matematikaning asosiy bo'limlaridan biri bo'lib, matematik modellarning son qiymatini topish bilan shug'ullanadi. "Dasturlash" atamasi ketma-ket yaqinlashish algoritmidan foydalanishni ko'rsatadi, ya'ni dastur mumkin bo'lgan rejadan boshlab, eng yaxshi yechim hosil bo'lguncha yangilanib boradi.

# Chiziqli dasturlash (ChD) masalasining qo'yilishi

Matematik dasturlash masalasi quyidagicha ifodalanadi:

$x_1, x_2, \dots, x_n$  o'zgaruvchilar berilgan bo'lib, bu o'zgaruvchilar turli xildagi sonli qiymatlarni qabul qiladi.

Bu noma'lumlarga ma'lum bir shartlar qo'yilib, cheklanishlar sistemasi hosil bo'ladi. Cheklanishlar sistemasi tenglama yoki tengsizliklar sistemasi ko'rinishida bo'ladi.



# Chiziqli dasturlash masalasining tasnifi

Matematik dasturlash masalalari  
maqsad funksiyasi va shartlarning  
turlariga qarab tasniflanadi

*Chiziqli dasturlash  
masalasi*

*Chiziqli bo'lmagan  
dasturlash masalasi*

Agar qidirilayotgan  $x_1, x_2, \dots, x_n$   
o'zgaruvchilarga nisbatan cheklanishlar  
sistemi va maqsad funksiya chiziqli  
bo'lsa, u holda *chiziqli dasturlash*  
masalasi hosil bo'ladi

Agar bironta bir chiziqli bo'lmagan ifoda  
mavjud bo'lsa, u holda *chiziqli bo'lmagan*  
*dasturlash* masalasi hosil bo'ladi.

# Chiziqli dasturlash masalasining yechim turlari:

Cheklanishlar sistemasini qanoatlantiruvchi yechimga *mumkin bo'lgan yechim* deb ataladi. Maqsad funksiyani maksimallashtiradigan (yoki minimallashtiradigan) mumkin bo'lgan yechimga *optimal yechim* deb ataladi. O'zgaruvchilarning bironta bir manfiy bo'lmagan qiymatlar to'plamiga javob bermaydigan chiziqli va chiziqli bo'lmagan cheklanishlar sistemasini *birgalikda bo'lmagan* deb aytiladi va bunday masalalar yechimga ega bo'lmaydi. *Birgalikda bo'lgan* sistemalar esa hech bo'lmaganda bitta mumkin bo'lgan yechimga ega bo'ladi.



ChD masalalarni ifodalashning bir necha variantlari mavjud bo'lib, ularning ikki turi ko'p qo'llaniladi.

Har qanday tengsizlikni qo'shimcha manfiy bo'lmagan o'zgaruvchi qo'shish orqali tenglikka keltirish mumkin.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq a$$

shart quyidagi ikkita cheklanishga ekvivalentdir:

$$\begin{aligned} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + x_{n+1} &= a \\ x_{n+1} &\geq 0 \end{aligned}$$

$x_{n+1} \geq 0$  o'zgaruvchilarga *qo'shimcha o'zgaruvchilar* deyiladi.

Bu ko'rinishda ifodalangan masalaga *kanonik chiziqli dasturlash masalasi* deb aytiladi.

# ChD masalasining kanonik ko'rinishi

Chiziqli dasturlash masalasining *kanonik ko'rinishi* deb quyidagiga aytiladi:

$$\max(c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n) = z \quad \text{maqsad} \quad \text{funksiya} \quad (5)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x = b_2 \quad (6)$$

.....

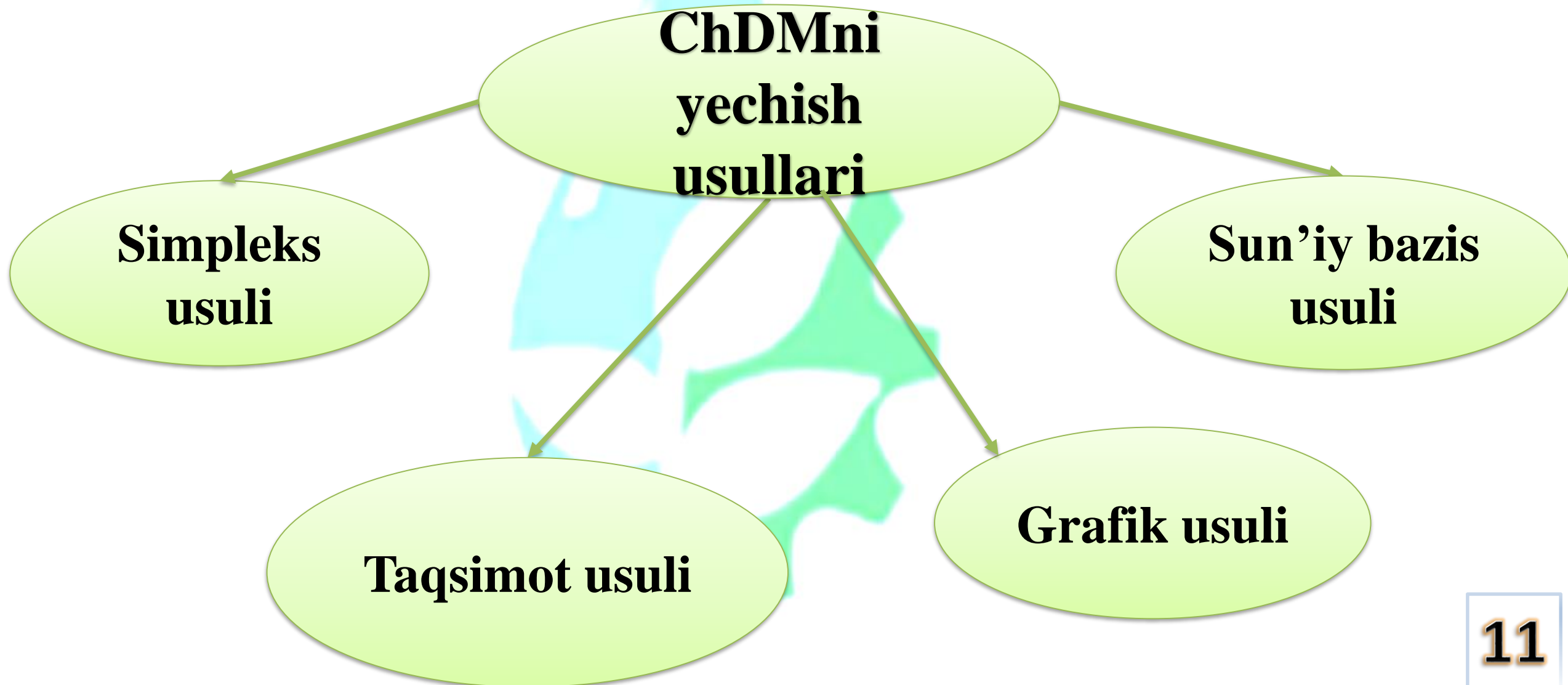
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x = b_m$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

**Bu masala matritsa ko'rinishida quyidagicha yoziladi:**

$$AX=B$$

# ChDMni yechish usullari



# Taqsimot usuli haqida umumiy ma'lumot

Taqsimot usuli bilan o'zgaruvchilari bir xil o'lchov birligida berilgan chiziqli dasturlash masalalarini yechish mumkin.

**Taqsimot usuli** ↔ **Transport masalasi**

Transport masalasining mohiyati:  
*eng kam transport xarajati* sarf qilib, ma'lum bir yuklarni ishlab chiqarish punktidan iste'mol punktiga yetkazishdir.

# Taqsimot usuli bilan yechish bosqichlari:

- 1. Dastlabki ma'lumotlarni yig'ish;*
- 2. Dastlabki matritsani tuzish;*
- 3. Dastlabki o'rinli rejani topish;*
- 4. Topilgan rejani optimallikka tekshirish;*
- 5. Optimal reja topilguncha yechimni yangilab borish.*

# Transport masalasining qo'yilishi:

$m$  ta ishlab chiqarish korxonasi va ulardagi mahsulot zahirasi  $a_i$  ,

$n$  ta iste'mol korxonasi, ulardagi mahsulotga bo'lgan talab

$b_j$  lar ma'lum, hamda har bir yonalish bo'yicha

tashilayotgan yuklarning birlik narxi  $c_{ij}$  aniq bo'lsa

u holda tashiladigan yuklarning miqdori  $(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mn})$

larni aniqlash talab etilsin.

# Transport masalasining matematik modeli

1) Zahiralar bo'yicha cheklanish:  $\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i \quad i=1,2,\dots,m$

2) Talablar bo'yicha cheklanish:  $\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j \quad j=1,2,\dots,n$

3) Ishlab chiqarilgan mahsulotlar zahirasi unga bo'lgan talabga teng bo'lsin:

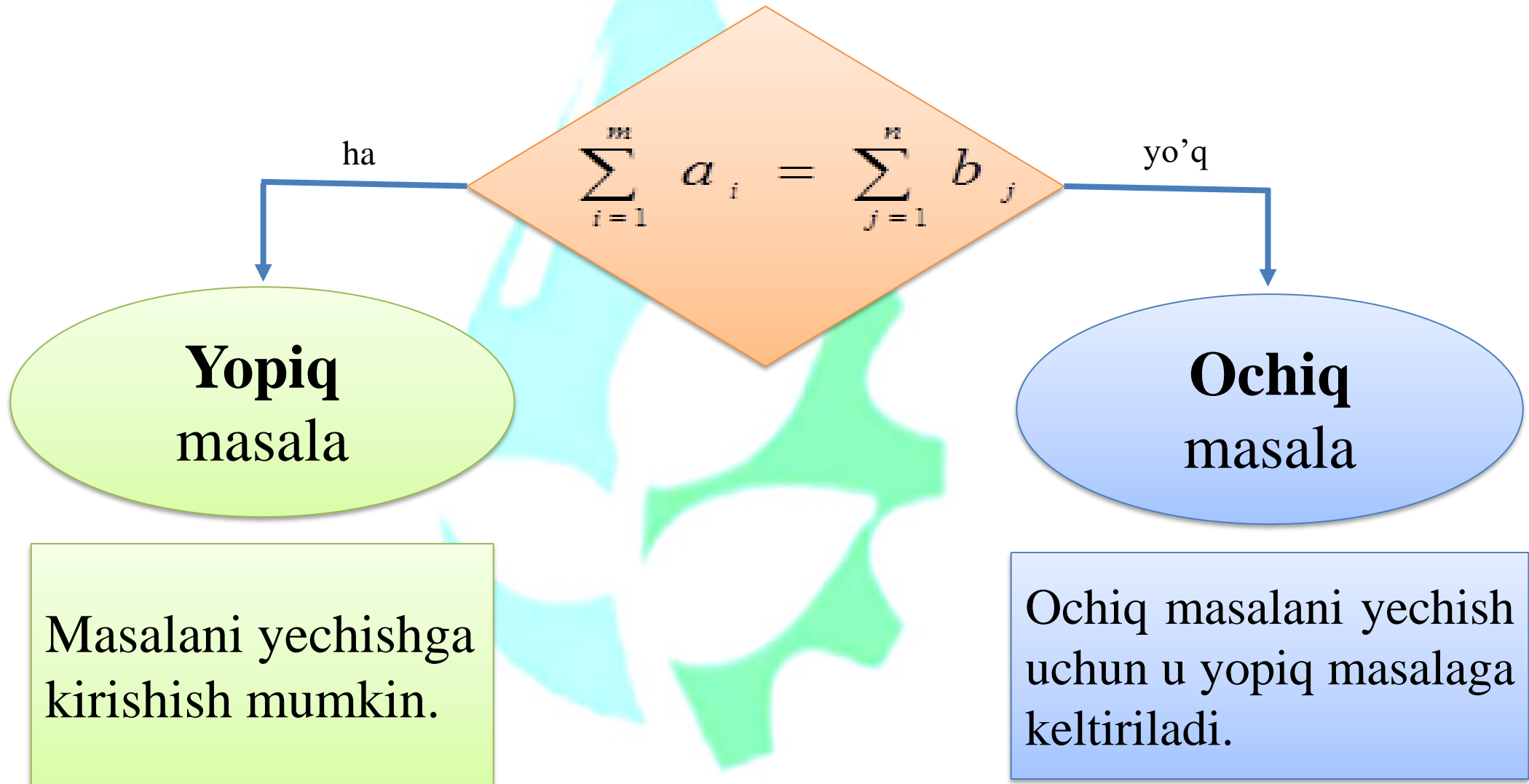
$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

4) o'zgaruvchilar miqdori manfiy bo'lmasligi kerak:  $x_{ij} \geq 0$

5) Mahsulot tashishning shunday rejasini tuzish kerakki, transport xarajati eng kam miqdorda sarf qilinsin:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

# Transport masalasi





# Transport masalasini jadval ko'rinishi

<i>Ta'minotchilar</i>	<i>Iste'molchilar</i>				<i>Zahiralar miqdori</i>
	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$	
$A_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
...	...	...	...	...	...
$A_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
<i>Talablar miqdori</i>	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$

Agar transport masalasining shartlari va uning joiz rejasi yuqoridagi jadval ko'inishda berilgan bo'lsa, noldan farqli  $x_{ij}$  – lar joylashgan kataklar «band kataklar», qolganlari «bo'sh kataklar» deyiladi.

Agar band kataklarni vertikal yoki gorizontal kesmalar bilan tutashtirilganda yopiq ko'pburchak hosil bo'lsa, bunday xol sikllanish deyiladi va yechim tayanch yechim bo'lmaydi. Demak, birorta yechim bazis yechim bo'lishi uchun band kataklar soni  $m+n-1$  ta bo'lib, sikllanish ro'y bermasligi kerak. Transport masalasining dastlabki rejasi biror usul bilan topilgan bo'lsa,  $(x_{ij})$  – matrisaning  $m+n-1$  ta komponentalari musbat bo'lib, qolganlari nolga teng bo'ladi.

Transport masalasining aniq tayanch yechimining tuzilishi va uning yechilish usulini tanlash muhimdir. Dastlabki rejani tuzishning quyidagi usullari mavjud:

- 1. Eng kichik xarajat usuli;*
- 2. Shimoli-g'arb burchak usuli;*
- 3. Approksimatsiya usuli;*
- 4. Potensiallar usuli.*

# Eng kichik xarajatlar usuli

Bu usulda boshlang'ich yechim topish uchun avval yo'l harajati eng kichik bo'lgan katakka  $a_i$  va  $b_j$  lardan kichigi yoziladi va keyingi eng kichik xarajatli katakka o'tiladi va h.k. Bu usulda tuzilgan boshlang'ich yechimni buzilmaslik va sikllanishga tekshirish shart.

**Misol.** Eng kichik xarajat usuli bilan boshlang'ich yechimini toping:

<u>Ta'minotchilar</u>	<u>Iste'molchilar</u>			<u>Yuklar</u> <u>zahirasi</u>
	<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	
<b>A1</b>	1 $X_{11}$	5 $X_{12}$	8 $X_{13}$	100
<b>A2</b>	6 $X_{21}$	15 $X_{22}$	7 $X_{23}$	200
<b>A3</b>	24 $X_{31}$	2 $X_{32}$	18 $X_{33}$	300
<u>Yuklarga</u> <u>bo'lgan talab</u>	120	90	390	600

# Eng kichik xarajat usuli bilan boshlang'ich yechimini topamiz:



<u>Ta'minotchilar</u>	<u>Iste'molchilar</u>			<u>Yuklar zahirasi</u>
	1	2	3	
1	1 100	5	8	100
2	6 20	15	7 180	200
3	24	2 90	18 210	300
<u>Yuklarga bo'lgan talab,</u>	120	90	390	600

# Approksimatsiya usulining algoritmi:

Har bir satr va ustundan eng kichik  $c_{ij}$  lar, ular orasidagi ayirma  $\mu_i(\mu_j)$ lar topiladi.

Ana shu ayirmalarning eng kattasi hisoblangan  $R_{\mu}$  ajratib olinadi, uning qaysi qator yoki ustunga tegishli ekanligi tekshiriladi hamda eng kichik  $c_{ij}$  joylashgan katakka **mumkin bo'lgan** yuk olib borib qo'yiladi. O'sha ustun yoki qator masala yechimini topishni davom ettirishda boshqa qatnashmaydi.

**Tayanch yechimini topishda quyidagi holatlar bo'lishi mumkin:**

- Bir nechta bir xil  $R_{\mu}$  ayirmalar mavjud bo'lishi mumkin. Asosiy

e'tibor  $c_{ij}^{\min}$  minimal qiymat turgan katakka qaratiladi.

- Agar bunday kataklar bir qancha bo'lsa, yechim uchun eng katta miqdorli yukni olib borish mumkin bo'lgan katak olinadi.



# Approksimatsiya usuli bilan tayanch yechimini toping:

<u>Ta'minotchilar</u>	<u>Iste'molchilar</u>			<u>Yuklar zahirasi</u>	<u>Qatorlar ayirmasi,</u>		
	<u>B1</u>	<u>B2</u>	<u>B3</u>		<u><math>\mu_i</math></u>		
<u>A1</u>	1 $X_{11}=100$	5 $X_{12}$	8 $X_{13}$	100	4	7	-
<u>A2</u>	6 $X_{21}=20$	15 $X_{22}$	7 $X_{23}=180$	200	1	1	1
<u>A3</u>	24 $X_{31}$	2 $X_{32}=90$	18 $X_{33}=210$	300	16	6	6
<u>Yuklarga bo'lgan talab</u>	120	90	390	600			
<u>Ustunlar ayirmasi, <math>\mu_j</math></u>	5 5 18	3 - -	1 1 11				

# Approksimatsiya usuli bilan topilgan tayanch yechiminining tahlili

**Yuqorida jadvalda keltirilgan bazis yechim optimal yechim bo'ladi, band katakchalar uchun  $m+n-1$  shart bajarilgan. Shunday qilib, quyidagi optimal yechimga ega bo'ldik.**

$$x_{11}=100;$$
$$x_{32}=90;$$

$$x_{21}=20;$$
$$x_{33}=210;$$

$$x_{23}=180;$$

$$Z=1*100+6*20+7*180+2*90+18*210=5440.$$

*Buni kompyuterda amaliy dasturlarda ham tekshirib ko'rish mumkin.*



## Excel dasturiga quyidagicha kiritamiz:

B2:D4 diapazonda birlik yuklarni tashish xarajatlarini, B8:D10 diapazonda esa tashiladigan yuklarning boshlang'ich qiymatlarini 0 deb kiritamiz. B11:D13 diapazonda (3) munosabatlarni, E8:G11 diapazonda (2) munosabatlarni, F14 katakda esa (1) funksiyani kiritamiz. Ushbu ma'lumotlarni kiritishda funksiya ustasi yordamida **“Сумма”**, **“СуммПРОИЗВ”** funksiyasidan foydalanamiz. Yuqoridagi ma'lumotlarni kiritib bo'lgandan keyin menyuning kursorni F14 katakka joylab, **“Сервис”** bo'limidagi **“Поиск решения”** buyrug'ini tanlaymiz. Hosil bo'lgan muloqot oynasida kerakli parametr va munosabatlarni belgilab, **“Поиск решения”** buyrug'ini ishga tushiramiz va quyidagi natijani olamiz:

# Berilgan masalani Excel dasturi yordamida yechamiz:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		b1	b2	b3						
2	a1	1	5	8						
3	a2	6	15	7						
4	a3	24	2	18						
5										
6		Tashiladigan yuk								
7		b1	b2	b3	Yuk Zahira					
8	a1	0	0	0	0 <=		100			
9	a2	0	0	0	0 <=		200			
10	a3	0	0	0	0 <=		300			
11		0	0	0	0 <=		0			
12		=	=	=						
13	Talab	120	90	390						
14					Z		0			
15										

# Excel dasturi yordamida olingan natija

буфер обм...		Шрифт		Выравнивание		Число		Стили		
F14		fx		=СУММПРОИЗВ(B2:D4;B8:D10)						
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		b1	b2	b3						
2	a1	1	5	8						
3	a2	6	15	7						
4	a3	24	2	18						
5										
6	Tashiladigan yuk									
7		b1	b2	b3			Yuk Zahira			
8	a1	100	0	0	100 <=		100			
9	a2	20	0	180	200 <=		200			
10	a3	0	90	210	300 <=		300			
11		120	90	390	600 <=		600			
12		=	=	=						
13	Talab	120	90	390						
14					Z		5440			
15										

Natijadan ko‘rinib turibdiki, masalada berilgan barcha shartlar bajariladi va masalaning yechimi quyidagicha bo‘ladi:  $X_{11}=100$ ,  $X_{12}=0$ ,  $X_{13}=0$ ,  $X_{21}=20$ ,  $X_{22}=0$ ,  $X_{23}=100$ ,  $X_{31}=0$ ,  $X_{32}=90$ ,  $X_{33}=210$ ,  $Z_{\min} = 5440$

Masala shartidagi barcha talablar, ya’ni is’temolchining yukka bo‘lgan talablari to‘liq qondiriladi, yuk zahirasidagi yuk sarfi yuk zahirasidan ortib qolmaydi. Tashiladigan yuk xarajati minimal bo‘ladi.

# Mavzuni mustahkamlash uchun topshiriq

**Masala:** Suv manbalaridan paxtachilik xo`jaliklariga suv taqsimlash masalasini qaraymiz. Suvni shunday taqsimlash kerakki, suv manbalaridagi suv sarfi suv zahirasidan oshib ketmasligi, xo`jaliklardagi suvga bo`lgan talab to`liq qondirilishi, umumiy suv isrofi minimal bo`lishi kerak. Boshlang`ich ma`lumotlar quyidagi jadvalda keltirilgan.

<u>Suv manbalari:</u>			
$a_1 = 30000 \text{ m}^3$	$a_2 = 40000 \text{ m}^3$	$a_3 = 20000 \text{ m}^3$	
Paxtachilik xo`jaliklar			
$b_1 = 8000 \text{ m}^3$	$b_2 = 7000 \text{ m}^3$	$b_3 = 6000 \text{ m}^3$	$b_4 = 8000 \text{ m}^3$
1m <sup>3</sup> suvni yetkazishdagi suv isrofi			
$c_{11} = 0,07$	$c_{12} = 0,06$	$c_{13} = 0,05$	$c_{14} = 0,03$
$c_{21} = 0,02$	$c_{22} = 0,03$	$c_{23} = 0,06$	$c_{24} = 0,06$
$c_{31} = 0,01,$	$c_{32} = 0,03$	$c_{33} = 0,04$	$c_{34} = 0,05$

$x_{ij}, (i=1,2,3; j=1,2,3,4)$  - i-suv manbaidan j- xo`jalikka yuboriladigan suv miqdorinining qiymatlari noma`lum bo`lib, shu qiymatlarni topish talab etiladi

# Mavzuni mustahkamlash uchun savollar

1. Chiziqli dasturlash masalasi nechta qismdan iborat?
2. ChDMning qanday rejasi optimal reja bo'ladi?
3. Optimal yechim nechta bo'ladi?
4. Transport masalasida tayanch yechimni topish usullari ayting.
5. Qaysi holda transport masalasi «yopiq» deyiladi?
6. Qaysi holda transport masalasi yechimga ega?
7. Transport masalasini yechish necha bosqichdan iborat?
8. Transport masalasining mohiyati nimadan iborat?
9. Transport masalasida bazis yechimlari soni nimaga teng?
10. Approksimatsiya usuli algoritmini aytib bering.
11. Eng kichik xarajat usuli bilan qanday yechim topiladi?



**“TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO”JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI” MTU**



**E'tiborlaringiz uchun rahmat!**



**Raxmankulova Barna  
Oktamxanovna**



«Axborot texnologiyalari» kafedrası dotsenti,  
e-mail: [dilnoza9866@mail.ru](mailto:dilnoza9866@mail.ru)



# Mavzuga oid testlar

