“TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO’JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUXANDISLARI INSTITUTI” MILLIY TADQIQOT UNIVERSITETI

Hosila va differentsiallash qoidalari

Fan nomi: Hisob (Calculus)

Reja:

1. Funktsiya hosilasi
2. Differtsiallash qoidasi

Fuksiya hosilasi.

$y=f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan bo`lsin, (a,b) intervalga tegishli x_0 va $x_0+\Delta x$ nuqtalarni olamiz.

Argument biror (musbat yoki manfiy - bari bir) Δx orttirmasini olsin, u vaqtda y funksiya biror Δy orttirmani oladi. Shunday qilib argumentning x_0 qiymatida $y_0=f(x_0)$ ga, argumentning $x_0+\Delta x$ qiymatda $y_0+\Delta y=f(x_0+\Delta x)$ ga ega bo`lamiz. Funksiya orttirmasi Δy ni topamiz

$$\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0) \qquad (1)$$

Funksiya orttirmasini argument orttirmasiga nisbatini tuzamiz.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad (2)$$

Bu – nisbatning $\Delta x \to 0$ dagi limitini topamiz.

Agar bu limit mavjud bo`lsa, u berilgan $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deyiladi va $f'(x_0)$ bilan belgilanadi. Shunday qilib,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{yoki} \quad f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad (3)$$

2. Differensiallash, uning asosiy qoidalari va formulalari

Berilgan *f(x)* funksiyadan hosila topish amali shu funksiyani differensiallash deyiladi.

Differensiallashning asosiy qoidalari

1. O`zgarmas miqdorning hosilasi nolga teng, ya'ni agar $y=c$ bo`lsa($c=const$) $y'=0$ bo`ladi.

2. O'zgarmas ko`paytuvchini hosila ishorasidan tashqariga chiqarish mumkin: $y=cu(x)$ bo`lsa $y'=cu'(x)$ bo`ladi.

3.Chekli sondagi differensiallanuvchi funksiyalar yig`indisining hosilasi shu funksiyalar hosilalarining yig`indisiga teng:

$$y = U(x)+V(x)+W(x); \quad y' = U'(x)+V'(x)+W'(x)$$

4. Ikkita differensiallanuvchi funksiyalar ko`paytmasining hosilasi birinchi funksiya hosilasining ikkinchi funksiya bilan ko`paytmasi hamda birinchi funksiyaning ikkinchi funksiya hosilasi bilan ko`paytmasining yig`indisiga teng:

$y=u\vartheta$ bo`lsa $y' = u'\vartheta + u\vartheta'$.

1) $y = 19$ $\quad y' = 0$ ✓

2) $y = 5\sin x$, $\quad y' = 5 \cdot (\sin x)' = 5\cos x$

3) $y = \sin x + x^2 + 25x$ $\quad y' = (\sin x)' + (x^2)' + (25x)' = \cos x + 2x + 25$

4) $y = x^2 \sin x$ $\quad y' = (x^2)' \cdot \sin x + x^2 \cdot (\sin x)' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x$

5. Ikkita differensiallanuvchi funksiyalar bo`linmasining hosilasi (kasrda ifodalanib) bo`linuvchi funksiya hosilasini bo`luvchi funksiya bilan ko`paytmasi hamda bo`linuvchi funksiyani bo`luvchi funksiya hosilasi bilan ko`paytmasining ayirmasini bo`luvchi (maxrajdagi) funksiya kvadratining nisbatiga teng:

$$y = \frac{u}{\vartheta} \text{ bo`lsa } \quad y' = \frac{u'\vartheta - u\vartheta'}{\vartheta^2}$$

6. Aytaylik, *y=F(u)* murakkab funksiya bo`lsin, ya’ni *y=F(u)*, $u = \varphi(x)$ yoki $y = F[\varphi(x)]$, *u* – o`zgaruvchi, oraliq argumenti deyiladi. *y=F(u)* va $u = \varphi(x)$ differensiallanuvchi funksiyalar bo`lsin.

Murakkab funksiyaning differensiallash qoidasini keltirib chiqaramiz.

Teorema: Murakkab *F(u)* funksiyaning erkli o`zgaruvchi *x* bo`yicha hosilasi bu funksiya oraliq argumenti bo`yicha hosilasini oraliq argumentining erkli o`zgaruvchi *x* bo`yicha hosilasining ko`paytmasiga teng, ya’ni

$$y'_x = F'_u(u) \cdot u'_x(x)$$

Misol: $y = (x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 2)^5$ funksiyaning hosilasini toping.

$(t^5)' = 5t^4 \cdot t'$

$y' = 5(x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 2)^4 \cdot (x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 2)' =$

$5x^4 + 16x^3 + 6x$

$= 5 \cdot (x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 2) \cdot (5x^4 + 16x^3 + 6x)$

Differensiallashning asosiy formulalari jadvali

1) y=const ; $y' = 0$ 2) $y = x^{\alpha}$; $y = \alpha x^{\alpha-1}$

3) $y = \sqrt{x}$; $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 4) $y = \frac{1}{x}$; $y = -\frac{1}{x^2}$

5) $y = a^x$; $y' = a^x \ln a$ 6) $y = e^x$; $y' = e^x$

7) $y = \log_a x$; $y' = \frac{1}{x}\log_a e$ 8) $y = \ln x$; $y' = \frac{1}{x}$

9) $y = \sin x$; $y' = \cos x$ 10) $y = \cos x$; $y' = \sin$

11) $y = tgx$; $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ 12) $y = ctgx$; $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$\log_e = \ln$

$(x^4+6x)' = (x^4)' + (6x)' =$

$= 4x^3 + 6$

$y = e^{(x^4+6x)'} = (4x^3+6)e^{x^4+6x}$

$y' = (x^4+6x)' \cdot e^{x^4+6x}$

$(6x)' = 6 \cdot x^{1-1} =$

$6 \cdot 1 \cdot x^0 = 6$

Uyga vazifa

$y = \sin 4x$

$y = 3x^5 - \sin x$

$y = 2\ln x$

$f(x) = (x^3 + 4x + 7)^4$

$y = ctg 2x$

$y = \ell^{3x}$