

# СУЮҚЛИК ОҚИМИНИНГ БАРҚАРОР ҲАРАКАТИ УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕҢГЛАМАСИ

«Гидравлика ва гидроинформатика»  
кафедраси мудири, т.ф.д., проф.

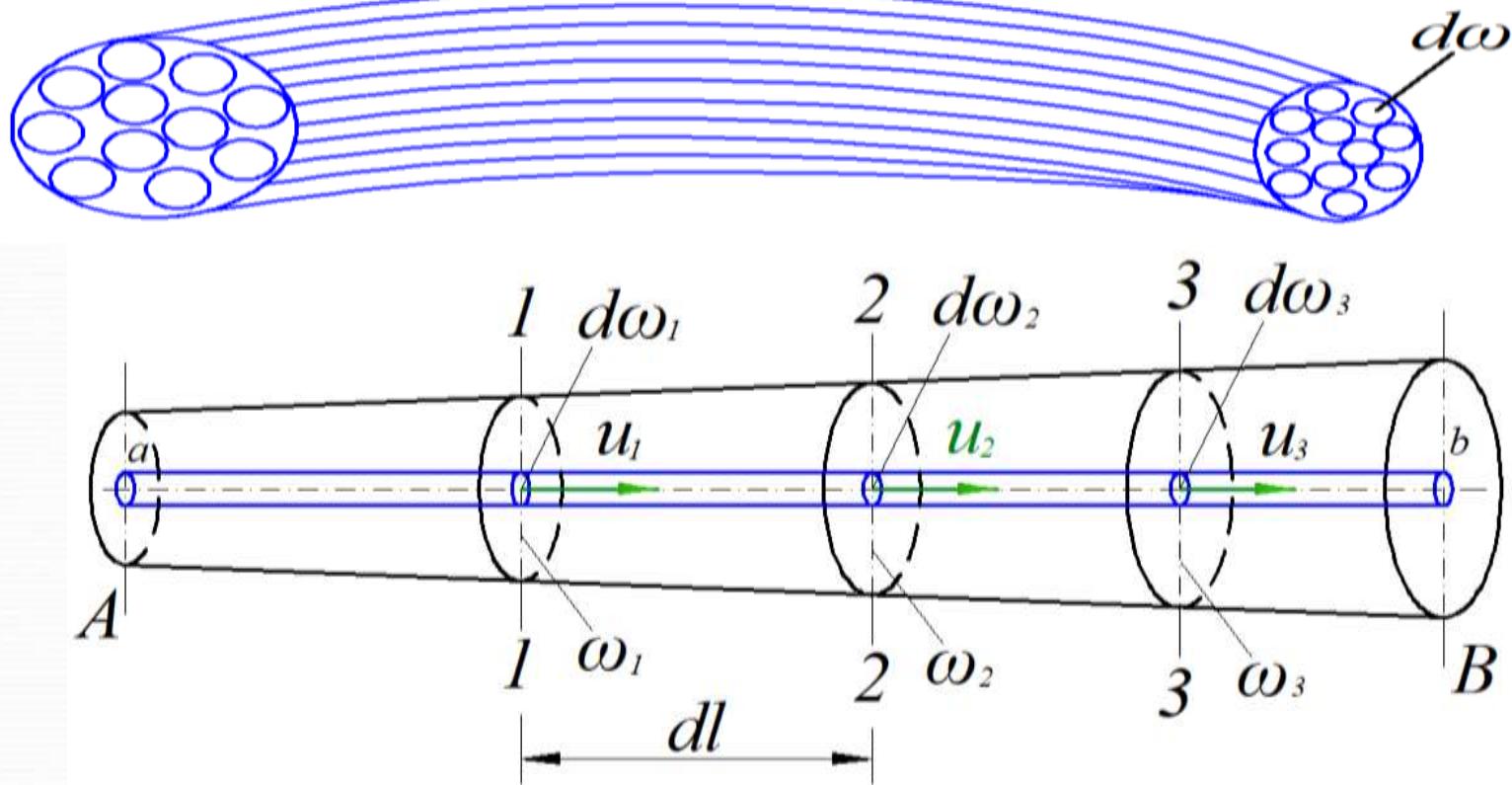
А.М. Арифжанов

## **Такрорлаш учун саволлар**

1. Суюқлик ҳаракатининг турлари;
  2. Оқимнинг асосий гидравлик элементлари;
  3. Ҳаракат кесими, ҳулланган периметр ва гидравлик радиус туртбурчак ва цилиндрик қувурлар учун;
  4. Сув сарфи ва уни аниқлаш формулалари;
  5. Ўртача тезлик ва нуқтадаги тезлик;
  
  6. Ўртача тезлик ва нуқтадаги тезлик қачон teng булади;
- Мисоллар:**
- 1.Паскаль қонуни ( Паскаль масаласи-бир стакан сув билан “бочка”ни ёриш мумкинми?);
  - 2.Ховлингиздаги сув қувури жумрагидан  $10\text{с} + \text{№}$  да  $5\text{л}$  сув келияпти. Сувнинг тезлигини аниқланг. Қувур диаметри  $20\text{мм}$ .

$\text{№}$  исмингиздаги ҳарфлар сони;

# Узулмаслик тенгламаси



$$\frac{\partial(dQ)}{\partial l} + \frac{\partial(d\omega)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

**Барқарор ҳаракатда:**

$$\frac{\partial(d\omega)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$dQ = ud\omega = \text{const}'t \quad (3)$$

**Элементар оқимча учун:**

$$u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 = u_3 d\omega_3 = \text{const}'t \quad (4)$$

## (4) ифодани интеграллаймиз:

$$\int_{\omega} u_1 d\omega_1 = \int_{\omega} u_2 d\omega_2 = \int_{\omega} u_3 d\omega_3 \quad (5)$$

$$Q = \vartheta_1 \omega_1 = \vartheta_2 \omega_2 = \vartheta_3 \omega_3 = \text{const} \quad (6)$$

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (7)$$

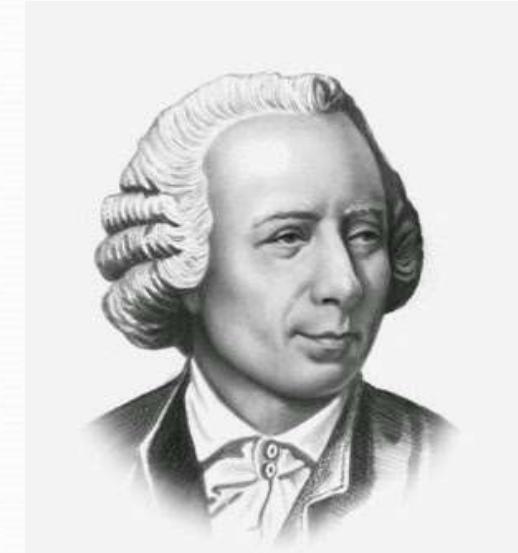
# **1. ИДЕАЛ СУЮҚЛИК УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ**

# Мувозанатдаги суюқликнинг дифференциал тенгламалари

Эйлер тенгламалари (1755 йил) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho X = \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \rho Y = \frac{\partial p}{\partial y}; \\ \rho Z = \frac{\partial p}{\partial z}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Леонард Эйлер  
(1707-1783)

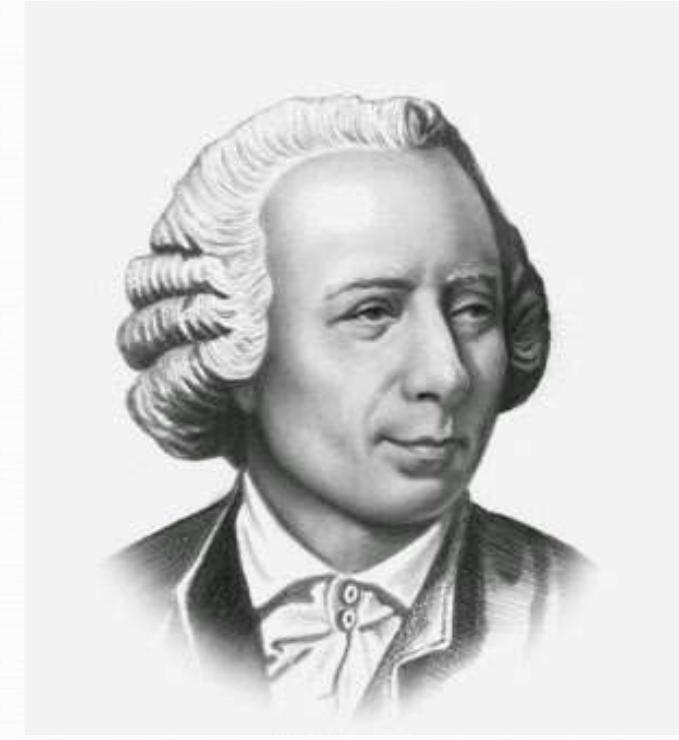


X, Y, Z - бирлик масса  
кучларининг координата  
ўқларига проекцияси;  
 $\frac{\partial p}{\partial x}$ ;  $\frac{\partial p}{\partial y}$ ;  $\frac{\partial p}{\partial z}$  - босим градиенти;

$\rho$  - суюқлик зичлиги.

# ХАРАКАТДАГИ ИДЕАЛ СУЮКЛИКНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРИ

$$\left. \begin{array}{l} \frac{du_x}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{du_y}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{du_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (1)$$



Леонард Эйлер  
**(1707-1783)**

## тенгламада:

$X, Y, Z$  -бирлик масса кучларининг координатага ўқларига проекцияси;

$\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}$  - босим градиенти;

$\frac{du_x}{dt}, \frac{du_y}{dt}, \frac{du_z}{dt}$  -бирлик инерция кучларининг координатага ўқларига проекцияси;

$\rho$  - суюқлик зичлиги.

# ИДЕАЛ СҮЮҚЛИК УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ

Бунинг учун юқоридаги тенгламанинг икки томонини мос равища  $dx, dy, dz$  га кўпайтириб қўшамиз:

$$\underbrace{\frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz}_{A} + \underbrace{X dx + Y dy + Z dz}_{B} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)}_{C} = 0 \quad (2)$$

Тенгламанинг ҳар бир ҳадини алоҳида-алоҳида қараб чиқамиз.

Маълумки:

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_y = \frac{dy}{dt}; \quad u_z = \frac{dz}{dt};$$

Тенгламанинг **A** ҳадини қуидаги кўринишга келтирамиз:

$$\begin{aligned} \frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz &= u du_x + u du_y + u du_z \\ &= \frac{1}{2} d(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \end{aligned} \quad (3)$$

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = u^2$$

бўлганлиги учун (2) тенгламанинг биринчи ҳадини қуидагича ёзамиз:

**A:**  $\frac{1}{2} d(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) = \frac{1}{2} d(u^2) \quad (4)$

**Тенгламанинг В ҳади:**

**Агар масса кучлардан фақат оғирлик кучи таъсирини инобатга олсак, (2) тенгламанинг В ҳади қуидаги кўринишга келади:**

$$X=0; \quad Y=0; \quad Z=-g;$$

**B:**  $Xdx + Ydy + Zdz = -gdz$  (5)

(2) тенгламанинг С ҳади, босимнинг тўлиқ дифференциалини ифодалайди, яъни

C:  $\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = dp$  (6)

Аниқланган ифодаларни (2) тенгламага қўйиб, қўйидагига эга бўламиз:

$$\frac{1}{2} d(u^2) + \frac{1}{\rho} dp + gdz = 0 \quad (7)$$

(7) ифодани интеграллаб қуидагини оламиз:

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const}$$
 (8)

ёки

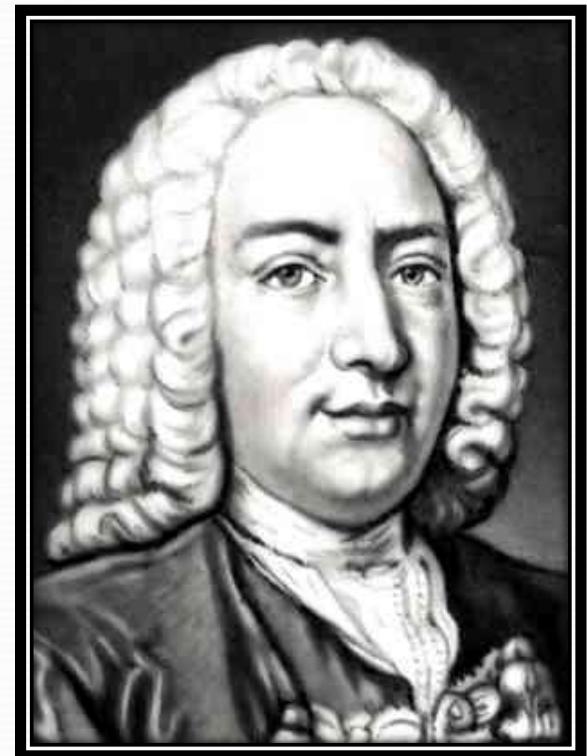
$$\gamma = \rho g$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$
 (9)

(9) идеал суюқликнинг элементар оқимчаси учун  
Д.Бернулли тенгламаси дейилади.

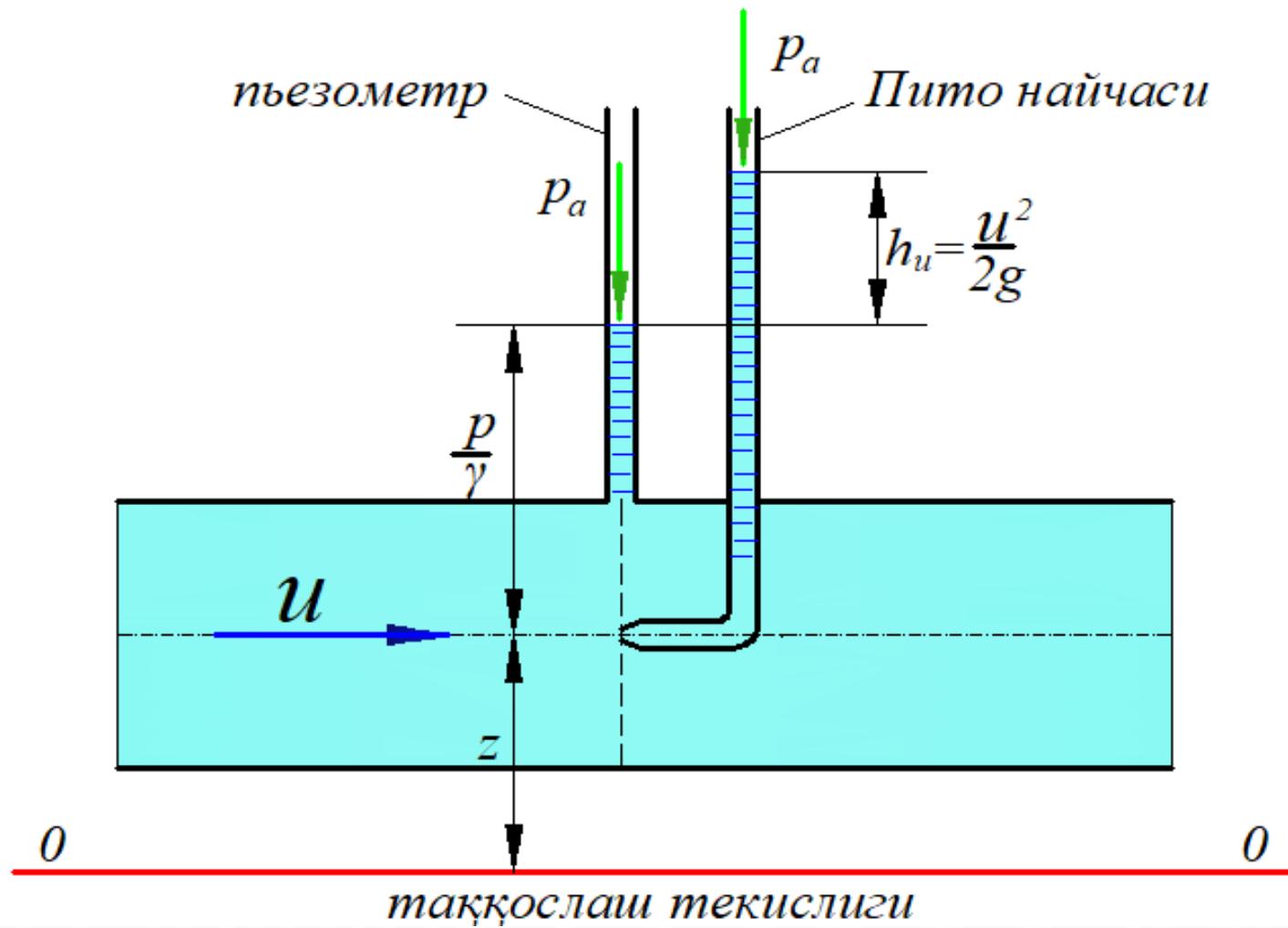
Бу (9) тенглама 1738 й. Д.Бернулли томонидан таклиф этилган бўлиб, унинг номи билан аталади ва *гиродинамиканинг асосий тенгламаси* ҳисобланади.

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$



Даниил Бернулли  
(1700—1782)

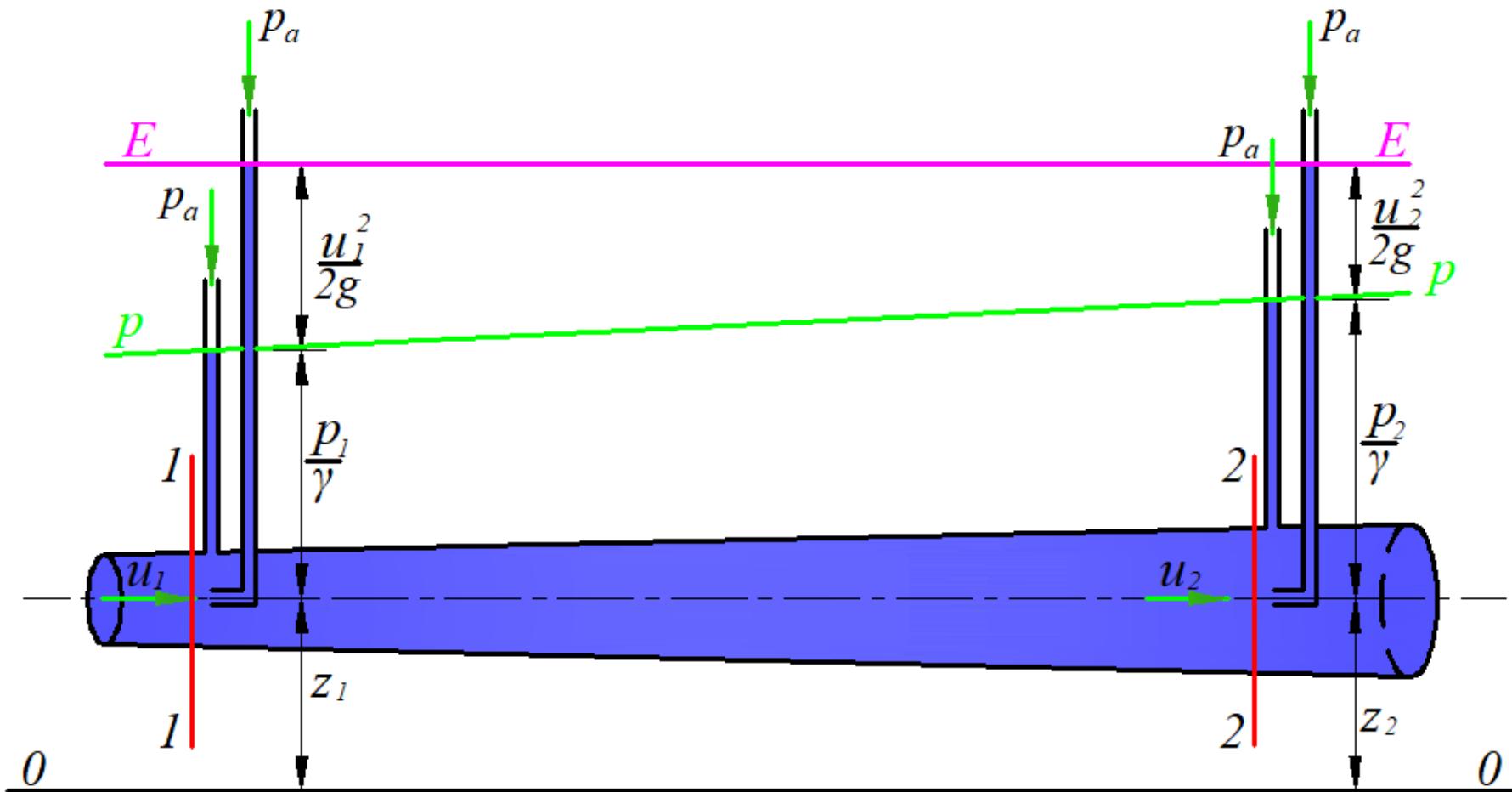
# Д.Бернулли тенгламасига доир чизма



# Д.Бернулли тенгламасининг геометрик маъноси

Белги	Геометрик маъноси
$z$	Геометрик баландлик
$h_p = \frac{p}{\gamma}$	Пъезометрик баландлик
$z + \frac{p}{\gamma}$	Пъезометрик напор
$h_v = \frac{u^2}{2g}$	Тезлик напори
$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$	Гидродинамик напор

# Идеал суюқлик учун Д.Бернулли тенгламасининг геометрик маъноси



# Д.Бернулли тенгламасининг энергетик маъноси

Белги	Энергетик маъноси
$E_x = \frac{mgz}{mg} = z$	<b>Солиширима ҳолат энергияси</b>
$E_\delta = \frac{mg\left(\frac{p}{\gamma}\right)}{mg} = \frac{p}{\gamma}$	<b>Солиширима босим энергияси</b>
$H_p = z + \frac{p}{\gamma}$	<b>Солиширима потенциал энергия</b>
$E_k = \frac{mu^2}{mg2} = \frac{u^2}{2g}$	<b>Солиширима кинетик энергия</b>
$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$	<b>Солиширима тўла энергия</b>

## **2. БАРҚАРОР ҲАРАКАТДА РЕАЛ СУЮҚЛИК УЧУН Д.БЕРНУЛЛИ ТЕҢГЛАМАСИ**

# Реал суюқликнинг элементар оқимчаси учун Д.Бернулли тенгламаси

$$h_{1-2} = H_1 - H_2$$

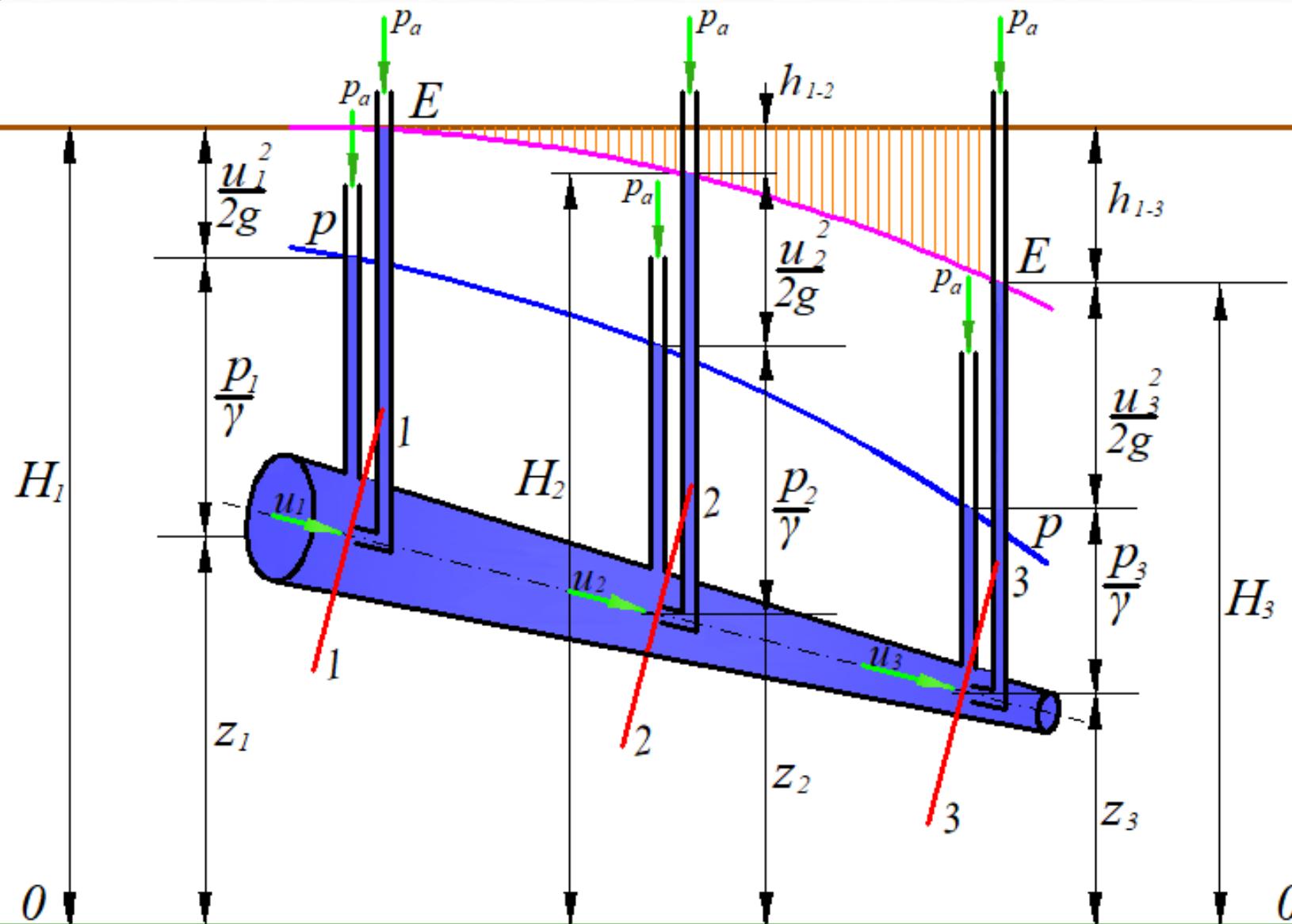
$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g}; \quad H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g};$$

бундан

$$h_{1-2} = \left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} \right)$$

**Натижада қуидаги тенгламага эга бўламиз:**

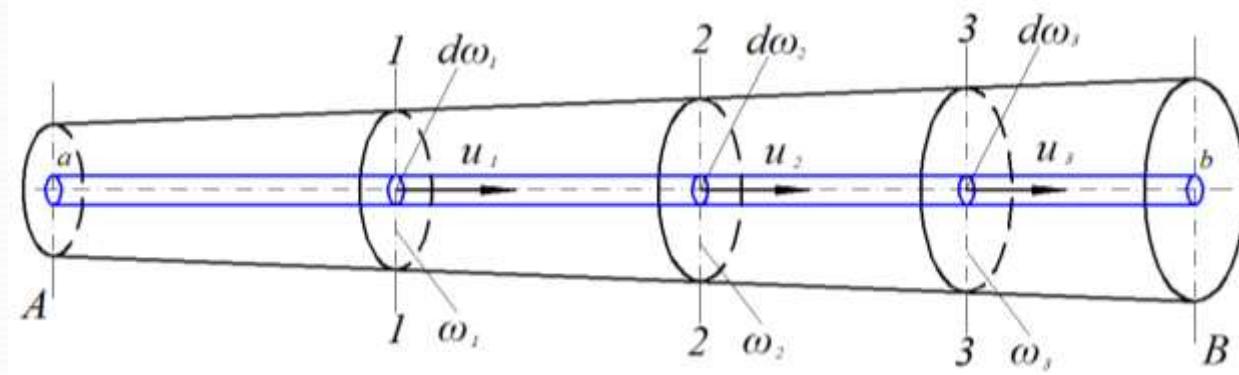
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{1-2}$$



# Суюқлик оқими учун Д.Бернулли тенгламаси

Оқим учун Д.Бернулли тенгламасини келтириб чиқариш учун, элементар оқимча учун ёзилган Д. Бернулли тенгламасини ҳаракат кесими бүйича интеграллаймиз:

$$\int_{\omega} z_1 d\omega + \int_{\omega} \frac{p_1}{\gamma} d\omega + \int_{\omega} \frac{u_1^2}{2g} d\omega = \int_{\omega} z_2 d\omega + \int_{\omega} \frac{p_2}{\gamma} d\omega + \int_{\omega} \frac{u_2^2}{2g} d\omega + \int_{\omega} h_{1-2} d\omega$$



$$\frac{M\vartheta^2}{2} = \frac{1}{2}\rho\vartheta^3\omega dt < \frac{1}{2}\rho dt \int_{\omega} u^3 d\omega$$

$$\int_{\omega} u^3 d\omega = \alpha\vartheta^3\omega$$

бу ерда:  $\alpha$  - кинетик энергия ёки Кориолис коэффициенти дейилади.

Кориолис коэффициенти қуийдагича аниқланади:

$$\alpha = \frac{\int_{\omega} u^3 d\omega}{\vartheta^3 \omega};$$

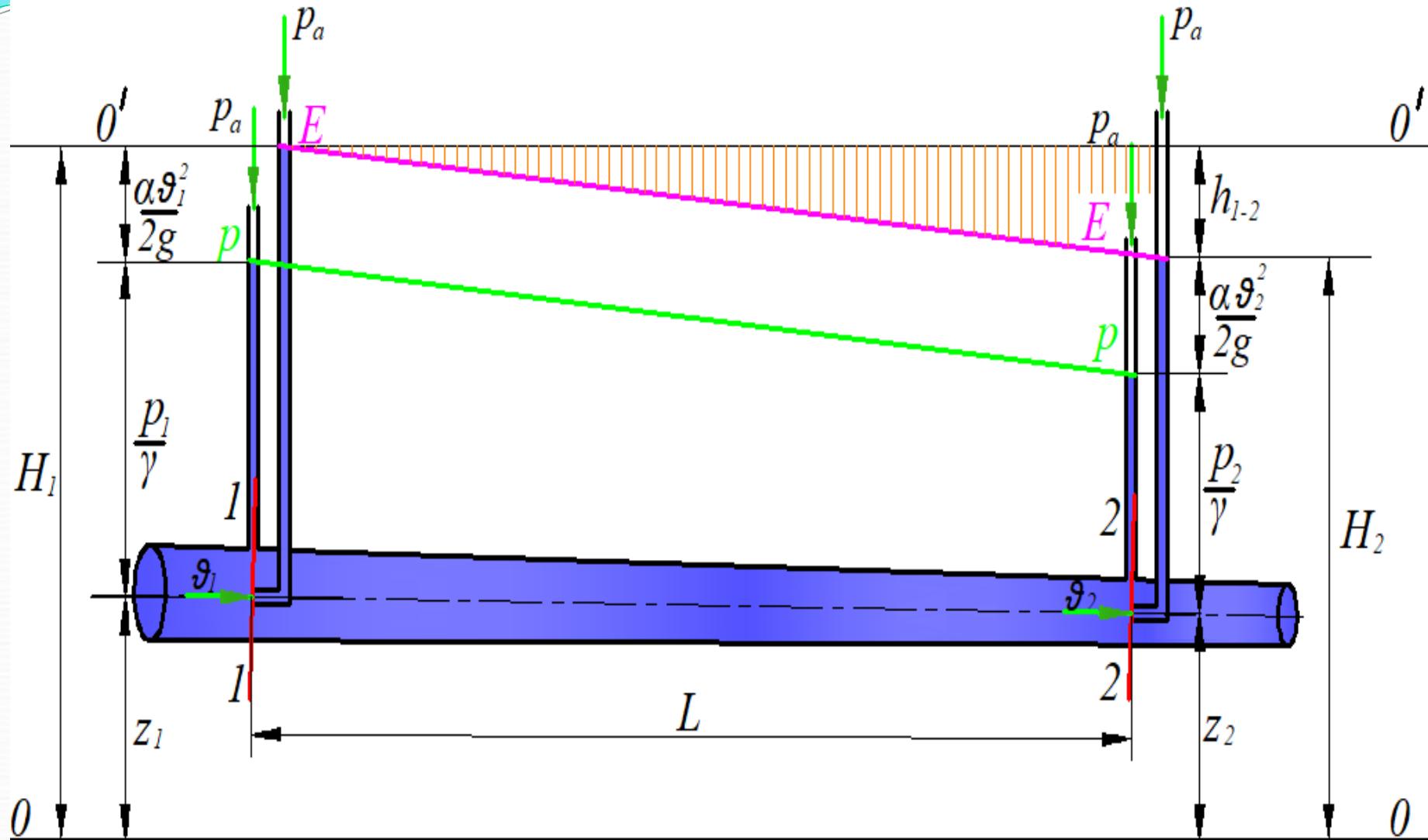
Бу коэффициентнинг маъноси ҳақиқий (нуктадаги) тезлик ( $u$ ) орқали ҳисобланган оқим кинетик энергиясининг ўртача тезлик орқали ҳисобланган оқим кинетик энергиясига нисбатини ифодалайди.

# Оқим учун Д.Бернулли тенгламаси

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 g^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 g^2}{2g} + h_f$$

# Элементар оқимча учун Д.Бернулли тенгламаси

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{1-2}$$



# ГИДРАВЛИК НИШАБЛИК

**Гидравлик нишаблик 1-1 ва 2-2 кесимлар орасида йўқолган напорнинг кесимлар орасидаги масофага нисбати:**

$$J_e = \frac{h_f}{l} = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 g_1^2}{2g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 g_2^2}{2g} \right)}{l}$$

**Суюқлик идел деб қаралғанда**  $J_e = 0$   
**Реал суюқлик учун**  $J_e > 0$  .

$$J_e = -\frac{dH}{dl} = -\frac{d\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha g^2}{2g}\right)}{dl}$$

# ПЬЕЗОМЕТРИК НИШАБЛИК

Пъезометрик нишаблик деб пъезометрик  
чизиқнинг узунлик бирлигига нисбатан  
ўзгаришига айтилади:

$$J_p = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \right)}{l}$$

ёки

$$J_p = - \frac{d}{dl} \left( z + \frac{p}{\gamma} \right)$$



<https://www.youtube.com/channel/UCt66S9f4hI9-7jacZZLmEtA>  
<http://tiiame.uz/>

**Tel.: 71-237 19 71**

**Pochta: [obi-life@mail.ru](mailto:obi-life@mail.ru)**

**[www.gidravlika-obi-life.zn.uz](http://www.gidravlika-obi-life.zn.uz)**

**«Гидравлика ва гидроинформатика»  
кафедраси мудири, т.ф.д., проф.**

**А.М. Арифжанов**

**ЭЛТИБОРИНГИЗ УЧУН РАХМАТ**